4P099

量子デコヒーレンスを抑制する最適パルスの設計とダイナミクスのトラジェクトリ解析

（東北大院・理）　○安食　徹、新井　健太、大槻　幸義、河野　裕彦

Designing optimal pulses to suppress quantum decoherence and trajectory analyses of the dynamics

(Tohoku Univ.) ○Toru Ajiki, Kenta Arai, Yukiyoshi Ohtsuki, Hirohiko Kono

【序】環境体との相互作用により量子系のコヒーレンスが失われる過程はデコヒーレンスと呼ばれる。量子コンピュータなどの量子技術を実現するためには、デコヒーレンスの抑制が不可欠である。近年、パルス列照射を利用する動的デカップリング法が着目され、照射タイミング・強度などが議論されている[1]。そこで本研究では、光化学反応制御に対して開発されてきた量子最適化法を用い、デコヒーレンス抑制を系統的に解析することを目指す。単一量子ビットの例を通して最適なパルスを数値設計するとともに、トラジェクトリ解析の手法を提案しデコヒーレンス抑制機構を議論する。

【理論】環境体と相互作用する単一量子ビット（以下、系と呼ぶ）のダイナミクスは、２×２の密度行列$\rho(t)$で記述される。系のハミルトニアンをH_0、パルス電場との双極子相互作用を$-\mu E(t)$とし、運動方程式は次式で与えられると仮定する。

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho(t) = -\frac{i}{\hbar}[H_0 - \mu E(t), \rho(t)] - \int_0^t dt' \Gamma(t-t')\rho(t') \tag{1}$$

ここでは、デコヒーレンスを表す演算子Γとして、指数型の記憶を持った位相緩和を仮定する。

本研究では「デコヒーレンス抑制の問題」を「コヒーレンスを最大に保つ問題」として定式化する。量子演算の誤りの一種である位相シフトも抑制の対象とすれば、制御目的は以下の汎関数で表される。

$$J = \int_0^{t_\mathrm{f}} dt\, y(t)\mathrm{Re}\left\{e^{-i\omega_{10}t}\rho_{01}(t)\right\} - \int_0^{t_\mathrm{f}} dt \frac{[E(t)]^2}{\hbar A(t)} \tag{2}$$

ここで、ω_{10}は２準位のエネルギー差、t_fは計算の終時刻を表す。(2)式の第１項ではコヒーレンスの保持を評価する指標として密度行列の非対角要素の積分値を用い、保持時間を包絡線関数$y(t)$で指定する。また、第２項はパルスエネルギーによるペナルティであり、正値関数$A(t)$によりその評価を定める。Jの値を最大化する最適パルスは、(1)式の拘束条件下で(2)式に変分法を適用することで導かれる。

$$E(t) = \frac{i}{2}A(t)\mathrm{Tr}\{\xi(t)[\mu, \rho(t)]\} \qquad \xi(t)\text{: ラグランジュ未定乗数} \tag{3}$$

数値解法には、単調収束が保証された従来の繰り返しアルゴリズム[2]を拡張し、新たに開発したパルスフルエンスfを一定に制御するアルゴリズムを用いた。繰り返し計算の中でfの値が目的とするフルエンスf_0よりも小さいときは$A(t)$を大きく、fの値がf_0よりも大きいときは$A(t)$を小さくしながら、一定のフルエンスをもちJの値を最大化する最適パルスを設計する。このアルゴリズムにより、異なる条件下での制御の達成度合いをフルエンスが一定という制約の下で比較することができる。

【結果・考察】今回、ω_{10}やt_fなどのパラメータを無次元量とし、初期状態を$\rho_{00}(0)=1$として計算を行った。図１に$f_0=20$のフルエンスをもち$t=3,5,7,9$で等間隔にパルスを照射する最適なパルス列と、密度行列の各要素の時間変化を示す。$y(t)=-1$とは、(2)式のJの値を最大化する際、$e^{-i\omega_{10}t}\rho_{01}(t)$に位相反転の条件を課したことを意味する。図１の上段、下段を見比べると、初めのパルスでコヒーレンスを生成し、その後のパルス照射により分布遷移とともに位相反転も誘起されていることがわかる。同様に、位相反転を起こさないパルス列($y(t)>0$)も設計した。フルエンスの値を変化させて密度行列の非対角要素の積分値を計算した結果を図２に示す。図２から、コヒーレンスを保持する際に位相反転が極めて有利に働くことがわかった。

次に、このダイナミクスのトラジェクトリ解析の手法を提案する。本研究ではコヒーレンスの保持を評価する物理量として、純粋度

$$\mathrm{Tr}(\rho^2)=2\rho_{00}^2-2\rho_{00}+2|\rho_{01}|^2+1 \qquad (4)$$

を考える。純粋度が基底状態の分布ρ_{00}とコヒーレンスの大きさ$|\rho_{01}|^2$で表されることに着目し、本研究では図３のように純粋度をρ_{00}と$|\rho_{01}|^2$を変数とする等高線で表し、$\Delta t=0.25$間隔で行列要素をプロットして時間発展を表現した。なお、今回の計算例では、純粋状態で値 1（外側の放物線）をとり、デコヒーレンス後に値は 0.5 に減少する。図３は$f_0=20$のときの結果を表しており、位相反転を伴う制御の方がコヒーレンスの値とともに純粋度も長い時間保持することがわかる。

デコヒーレンスを抑制するパルスの代表的なものとして、πパルスを等間隔に照射するCPMG(Carr, Purcell, Meiboom, Gill)と、照射時間を変更したUDD(Uhrig Dynamical Decoupling)パルス列がある[1]。発表では、このCPMGとUDDのパルス列による抑制の度合いを様々なフルエンスで比較した結果も報告する予定である。

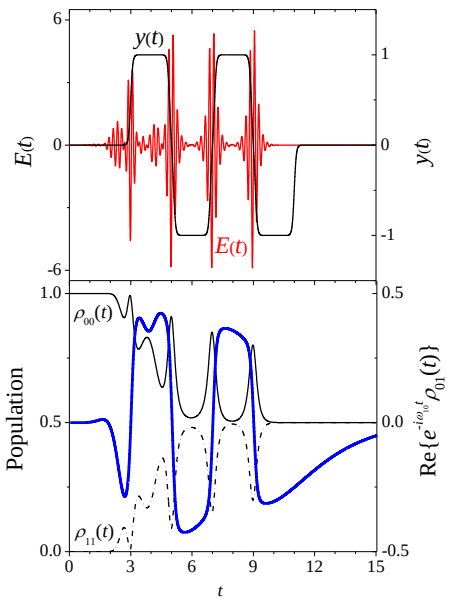

図１．最適制御シミュレーションの結果
上段：最適パルス
下段：コヒーレンス（青・太線）と分布

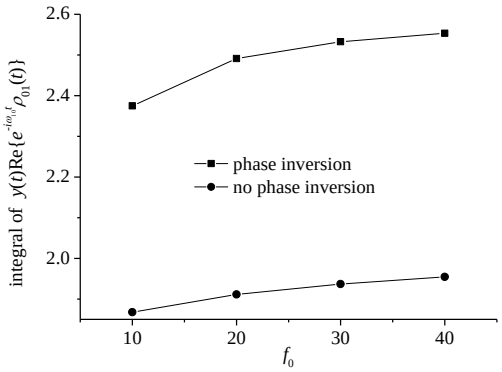

図２．非対角要素の積分値のフルエンス依存性

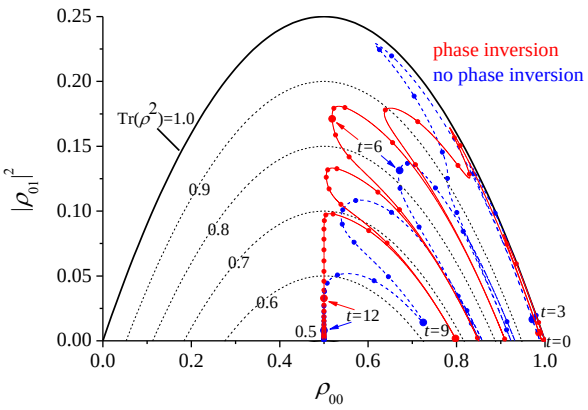

図３．ダイナミクスのトラジェクトリ解析
位相反転（赤・実線）
位相反転なし（青・破線）

【参考文献】

[1] M. J. Biercuk *et al.*, *Nature* **458**, 996-1000 (2009)
[2] Y. Ohtsuki *et al.*, *Phys. Rev. A* **75**, 033407 (2007)