2E12

スピン渦理論における重力波の効果

（京大院工）立花　明知

Quantum electron spin vorticity principle with graviton

(Kyoto Univ.) Akitomo TACHIBANA

【序】電子スピントルクの本質を QED に基づいて理論的に明らかにすることにより、化学結合を始めとする既知の化学現象を統一的に理論的に理解し、さらに進んで新しい化学現象を予言することができる。この際、QED の Cauchy 問題を解くために輻射補正に基づく紫外発散の非摂動論的処理という課題を解決しなければならない。摂動論的には、超対称性によりこの紫外発散を有限に収めることができることが知られている。しかるに、実在の体系においては超対称性が破れている。実際、超対称性の局所化により、ゲージ場としての重力が自然に導かれ、この量子重力が超対称性の破れに関与することが知られている。ただし、量子重力の摂動論は機能しない。従って、電子スピンの Cauchy 問題に必然的に付随する紫外発散を処理する際、同時に、超重力ダイナミクスの Cauchy 問題を解くことになる。本報告では、この研究に関連して見出された量子電子スピン渦理論[1-4]における重力波の量子効果を示す。重力波の存在が光子の運動に影響を与えることはすでに間接的に観測されている。

【理論】量子電子スピン渦理論は、重力が弱い極限で、電子のスピン密度 $\vec{s}$ の時間発展方程式を与える。このとき、電子スピントルクに対して、カイラル電子密度差の空間分布に比例するツェータポテンシャルの勾配がツェータ力として拮抗している。また、それに加え、スピン密度の空間分布の変化をスピン渦度 $\mathrm{rot}\vec{s}$ として与える。この新しい物理量 $\mathrm{rot}\vec{s}$ は運動量の次元を持ち、実際、ファクター $1/2$ をかけて電子の運動量 $\vec{\Pi}$ を補いもする。これらの新しい物理を極限的に導くところの量子電子スピン渦理論は、重力を semiclassical に取り扱って定式化された。さらに、単純超対称性のもとでも、以下のように拡張定式化されている[4]：

$$\varepsilon^{A\mu\nu}\left(\mathrm{SUGRA}\right)+\tau^{A\mu\nu}\left(\mathrm{SUGRA}\right)=0 \tag{1}$$

ここで、電子ストレステンソル $\tau^{\Pi\mu\nu}\left(\mathrm{SUGRA}\right)$ の反対称成分 $\tau^{A\mu\nu}\left(\mathrm{SUGRA}\right)$ に対して、幾何学的テンソル $\varepsilon^{\Pi\mu\nu}\left(\mathrm{SUGRA}\right)$ の反対称成分 $\varepsilon^{A\mu\nu}\left(\mathrm{SUGRA}\right)$ が拮抗している。この理論において、$\tau^{\Pi\mu\nu}\left(\mathrm{SUGRA}\right)$ は共変微分 $D_\mu\left(\mathrm{SUGRA}\right)$ を用いて以下のように与えられる：

$$\tau^{\Pi}{}_{\mu\nu}\left(\mathrm{SUGRA}\right)=\left(c/2\right)\left(\bar{\psi}\gamma_\nu\left(-i\hbar D_\mu\left(\mathrm{SUGRA}\right)\right)\psi+h.c.\right) \tag{2}$$

$$D_\mu\left(\mathrm{SUGRA}\right)=D_\mu\left(g\right)+\left(i/2\hbar\right)\gamma_{ab\mu}\left(\mathrm{SUGRA}\right)J^{ab} \tag{3}$$

ここで、vierbein 形式による semiclassical な Einstein-Hilbert action integral に基づく重力を含む QED の共変微分 $D_\mu\left(g\right)$ に加え、重力波が spin-2 の graviton として量子化されることに基づく $\gamma_{ab\mu}\left(\mathrm{SUGRA}\right)$ という新しい spin connection が加わっている。

【計算例】重力の変分原理は重力を semiclassical に取り扱って以下のように書ける：

$$\delta I=0,\quad I=\frac{c}{2\kappa}\int R\sqrt{-g}d^4x+\frac{1}{c}\int L\sqrt{-g}d^4x,\ \ \kappa=\frac{8\pi G}{c^2} \tag{4}$$

重力が弱く、線形重力極限では、

$$g_{\mu\nu}\left(x\right)=\eta_{\mu\nu}+2kh_{\mu\nu}\left(x\right) \tag{5}$$

$$h_{\mu\nu}\left(x\right)=\phi_{\mu\nu}\left(x\right)+\phi_{\nu\mu}\left(x\right) \tag{6}$$

ここに

$$x^\mu\left(x\right)\to x'^\mu\left(x\right)=x^\mu\left(x\right)+\xi^\mu\left(x\right) \tag{7}$$

$$\Lambda^a{}_b(x) \to \Lambda'^a{}_b(x) = \delta^a{}_b + \omega^a{}_b(x) \tag{8}$$

$$e^a{}_\mu(x) = \delta^a{}_\mu + 2k\phi^a{}_\mu(x) \to e'^a{}_\mu(x') = \delta^a{}_\mu + 2k\phi'^a{}_\mu(x') \tag{9}$$

$$\phi_{\mu\nu}(x) \to \phi'_{\mu\nu}(x') = \phi_{\mu\nu}(x) + \frac{1}{2k}\left(-\frac{\partial\xi_\mu(x)}{\partial x^\nu} + \omega_{\mu\nu}(x)\right) \tag{10}$$

ただし

$$k = \sqrt{8\pi G}\,\frac{\hbar}{c^2} \tag{11}$$

このとき

$$\begin{aligned} I &= \frac{c}{2\kappa}\int R\sqrt{-g}\,d^4x + \frac{1}{c}\int L\sqrt{-g}\,d^4x \\ &\xrightarrow{\text{linearlized}} I_{\text{linearlized}} = \frac{1}{c}\int d^4x\left(-\hbar^2 E^{\mu\nu}h_{\mu\nu} - kT^{\mu\nu}h_{\mu\nu} + L^{(0)}{}_{\text{linearlized}}\right) \end{aligned} \tag{12}$$

$$E^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \Box h^{\mu\nu} - \partial^\alpha\partial^\mu h_\alpha{}^\nu - \partial^\alpha\partial^\nu h_\alpha{}^\mu \\ +\partial^\nu\partial^\mu h^\alpha{}_\alpha - \eta^{\mu\nu}\Box h^\alpha{}_\alpha + \eta^{\mu\nu}\partial^\alpha\partial^\beta h_{\alpha\beta} \end{pmatrix} = E^{\nu\mu} \tag{13}$$

単純超対称性のもとで graviton $h_{\mu\nu}(x)$ とその超対称パートナーである spin-3/2 の gravitino $\psi_\mu(x)$ のゲージ変換

$$h_{\mu\nu}(x) \to h'_{\mu\nu}(x) = h_{\mu\nu}(x) - \frac{1}{2k}\left(\frac{\partial\xi_\mu(x)}{\partial x^\nu} + \frac{\partial\xi_\nu(x)}{\partial x^\mu}\right) \tag{14}$$

$$\psi_\mu(x) \to \psi'_\mu(x) = \psi_\mu(x) - \partial_\mu\psi(x) \tag{15}$$

は、metric superfield $H_\mu(x)$ のゲージ変換

$$H_\mu(x) \to H'_\mu(x) = H_\mu(x) - \Delta_\mu(x) \tag{16}$$

$$\Delta_\mu(x) = \bar{\mathcal{D}}\Xi(x)\gamma_\mu \tag{17}$$

によって生み出される。ゲージ不変な線形 SUGRA 作用積分は

$$\begin{aligned} &I_{\text{linearlized}_{opt}}(\text{SUGRA}) \\ &= I_{\text{linearlized}} - \frac{1}{c}\int d^4x\begin{pmatrix} \frac{1}{2}\bar{\psi}_\mu L^\mu \times c - \frac{1}{2}k\hbar^{-1}\bar{S}_{new}{}^\mu\psi_\mu \\ +\frac{3}{8}k^2\hbar^{-2}\left(\frac{1}{2}R^\mu R_\mu + \left(A^X\right)^2 + \left(B^X\right)^2\right) \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{18}$$

ここに、$-\frac{3}{8}k^2\hbar^{-2}\left(\left(A^X\right)^2 + \left(B^X\right)^2\right)$ は anti-de Sitter 時空の負のエネルギー密度に対応する。

参考文献

[1] A. Tachibana, “General relativistic symmetry of electron spin torque,” Journal of Mathematical Chemistry **50**, 669-688 (2012).

[2] A. Tachibana, “Electronic Stress with Spin Vorticity,” In Concepts and Methods in Modern Theoretical Chemistry: Electronic Structure and Reactivity, Ghosh S K & Chattaraj P K, Eds., (Taylor & Francis / CRC Press, New York, U.S.A.) 2013, Chapter 12, pp. 235-251.

[3] A. Tachibana, “Stress Tensor of Electron as Energy Density with Spin Vorticity,” J. Comput. Chem. Jpn., **13**, 18-31 (2014).

[4] A. Tachibana, “Electronic stress tensor of chemical bond,” Indian Journal of Chemistry A, **53A**, 1031-1035 (2014); A. Tachibana, to be published.