1P105

Schwarzschild 時空における Rigged QED の時間発展シミュレーション

(京大院工) 宮本 英宜, 福田 将大, 市川 和秀, 立花 明知

Time evolution simulation of Rigged QED in Schwarzschild spacetime

(Kyoto Univ.) Hidenori Miyamoto, Masahiro Fukuda, Kazuhide Ichikawa, Akitomo Tachibana

本研究では、重力源に対して球対称かつ静的な時空である Schwarzschild 時空において、Rigged QED(Quantum ElectroDynamics) [1] による時間発展シミュレーションを、重力源から遠方にある原子・分子について行った。電子電荷密度の Rigged QED 時間発展シミュレーションにおいて、電子質量で決まる周期の電子陽電子振動が見られることが知られている [2]。この振動数が重力の影響によって赤方偏移することを様々な原子分子を用いて確かめる。電子スピン角運動量密度や電子ストレステンソル密度などの他の物理量についても計算を行い、平坦な時空との違いを議論する。また、分子積分計算において重力場による非一様性の効果を考慮する。

電子と原子核の量子ダイナミクスや光子場を統一的に扱える Rigged QED 理論のシミュレーションに関する研究 [2] では特殊相対論が適用できる平坦な空間を想定していた。先行研究を拡張する立場をとる本研究では、局所ローレンツ系と一般座標系をつなぐ四脚場 ${e_a}^\mu$ を用いて一般座標系における電子場 (Dirac 場) を取り扱う。平坦な空間における Dirac 方程式は次のように表される。

$$\left(i\hbar\gamma^\mu \hat{D}_\mu - mc\right)\hat{\psi} = 0 \tag{1}$$

一方で曲がった空間において、電子場を記述し、スピンの性質を考慮できる Dirac 方程式は

$$\left(i\hbar\gamma^a {e_a}^\mu(\hat{D}_\mu + \Gamma_\mu) - mc\right)\hat{\psi} = 0 \tag{2}$$

$$\hat{D}_\mu \equiv \partial_\mu + i\frac{q}{\hbar c}\hat{A}_\mu \tag{3}$$

$$\Gamma_\mu \equiv i\frac{1}{2\hbar}\gamma_{ab\mu}J^{ab} = \frac{1}{8}[\gamma^a, \gamma^b]{e_a}^\nu e_{b\nu;\mu} \tag{4}$$

と書ける。ここで、$\gamma_{ab\mu} = e_{a\nu;\mu}{e_b}^\nu$、$J^{ab} = \frac{i\hbar}{4}[\gamma^a, \gamma^b]$ である。また、曲がった空間でのディラック方程式に現れる $\gamma^a {e_a}^\mu \Gamma_\mu$ の項が曲がった空間の効果で、Γ_μ はスピン接続から作られる量である。$\hat{\psi}$ は電子場を、$\hat{D}_\mu$ はゲージ共変微分を表す。

特に本研究では、曲がった空間として球対称かつ静的な時空である Schwarzschild 時空を考えており、その世界長さの 2 乗は

$$ds^2 = T(r)^2(cdt)^2 - T(r)^{-2}dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2\sin^2\theta d\phi^2 \tag{5}$$

$$T(r) \equiv \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)^{1/2} \tag{6}$$

である。(G は万有引力定数、M は重力源の質量。)
つまり、Schwarzschild 時空の計量テンソルは、

$$g_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(T^2, -T^{-2}, -r^2, -r^2\sin^2\theta) \tag{7}$$

とあらわされ、四脚場は

$$e^a{}_\mu = \mathrm{diag}(T, T^{-1}, r, r\sin\theta) \tag{8}$$

ととる。式 (8) を式 (2) に代入することにより、Schwarzschild 時空における Dirac 方程式が次のように得られる。

$$\begin{aligned} 0 &= \left(\gamma^a e_a{}^\mu(\hat{D}_\mu + \Gamma_\mu) - \frac{mc}{i\hbar}\right)\hat{\psi} && (9) \\ &= \Bigg[\gamma^0 T(r)^{-1}\frac{\partial}{\partial(ct)} + \gamma^1 T(r)\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} + \frac{GM}{2r(rc^2 - 2GM)}\right) + \gamma^2\frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\cot\theta}{2}\right) \\ &\quad + \gamma^3\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi} + i\frac{q}{\hbar c}\left\{\gamma^0 T(r)^{-1}\hat{A}_0 + \gamma^1 T(r)\hat{A}_r + \gamma^2\frac{1}{r}\hat{A}_\theta + \gamma^3\frac{1}{r\sin\theta}\hat{A}_\phi\right\} \\ &\quad - \frac{mc}{i\hbar}\Bigg]\hat{\psi} && (10) \end{aligned}$$

この Schwarzschild 時空における Dirac 方程式から電子の生成消滅演算子に関する時間発展の式を得ることによって、曲がった空間における局所的な物理量についての計算が可能となる。

発表では Schwarzschild 計量を採用して得られた生成消滅演算子の時間発展の式をもとに Born-Oppenheimer 近似を施し、静電場極限でシミュレーションを行い、様々な分子の電子陽電子振動の振動数が重力の影響によって赤方偏移することを確かめる。またそれらの分子について、電子スピン角運動量密度や電子ストレステンソル密度などの他の物理量についても計算を行い、平坦な時空との違いについても発表する予定である。

参考文献

[1] A. Tachibana , J. Math. Chem. **50**, 669-688 (2012).

[2] K. Ichikawa , M. Fukuda , A. Tachibana , Int. J. Quant. Chem **113**, 190(2013).