4E04

一般相対性理論的対称性から導かれる電子の量子スピン渦理論

（京大院工）立花　明知

Quantum electron spin vorticity principle with general relativistic symmetry

(Kyoto Univ.) Akitomo TACHIBANA

【序】

電子スピントルクの本質を QED (Quantum Electrodynamics) に基づいて理論的に明らかにすることにより、化学結合を始めとする既知の化学現象を統一的に理論的に理解し、さらに進んで新しい化学現象を予言することができる。

この際、QED の Cauchy 問題を解く必要があり、そのために解決しなければならない課題が輻射補正に基づく紫外発散の非摂動論的処理にある。摂動論的には、超対称性の導入によりこの紫外発散を有限に収めることができることが知られている。しかるに、実在の体系においては超対称性が破れている。実際、超対称性の破れに量子重力が関与する。ただし、量子重力の摂動論は機能しない。従って、電子スピンの Cauchy 問題に必然的に付随する紫外発散を処理する際、同時に、Heisenberg 表示に基づき、摂動論によらない超重力ダイナミクスの Cauchy 問題を解くことになる。

この研究に関連した理論的発見のうち、ここでは、一般座標変換に基づく対称性から導かれる電子スピントルクの新しい描像について報告する。

【理論】

電子ストレステンソルの起源を Einstein の一般相対性理論に求め Einstein 方程式を解くことにより[1]、Einstein が発見した「時空の曲率が物体に働く重力を生み出す」、という測地線原理に加えて、「時空のねじれが電子スピンに働くトルクを生み出す」、という量子電子スピン渦原理を発見した[2]：

$$\varepsilon^{A\mu\nu} + \tau^{A\mu\nu}\left(g\right) = 0 \tag{1}$$

実際、Eq. (1)において、Minkowski 時空の極限

$$e^{a}{}_{\mu} \to \delta^{a}{}_{\mu}, \quad g_{\mu\nu} \to \eta_{\mu\nu} \tag{2}$$

をとることにより、電子スピン $\vec{s}$ の時間発展は電子ストレステンソル $\vec{\tau}^{\Pi}$ の反対称成分 $\vec{\tau}^{A}$ のみによって導き出されることが示せる：

$$\vec{s}\left(t,\vec{r}\right) - \vec{s}\left(t_0,\vec{r}\right) = 2\vec{r} \times \int_{t_0}^{t}\left(\int_0^1 \mathrm{div}\,\vec{\tau}^{A}\left(t',\lambda\vec{r}\right)\lambda d\lambda\right)dt' \tag{3}$$

この時、あらたに電子スピン渦度 $\mathrm{rot}\vec{s}$ なる物理量が現れ、重要な役割を演ずる。$\mathrm{rot}\vec{s}$ は運動量の次元をもち、電子の運動量 $\vec{\Pi}$ を補う。実際、保存則

$$\nabla_{\lambda} T^{\lambda}{}_{\mu} = 0 \tag{4}$$

$$\partial_{\lambda} M^{\lambda k \ell} = 0 \quad , \quad M^{\lambda\mu\nu} = x^{\mu} T^{\lambda\nu} - x^{\nu} T^{\lambda\mu} = -M^{\lambda\nu\mu} \tag{5}$$

において、Minkowski 時空の極限をとることにより、電子スピン渦度 $\mathrm{rot}\vec{s}$ の寄与を明示して、エネルギー cP^0 保存則

$$\nabla_{\nu} T^{\nu 0} = 0 \to \frac{\partial}{\partial t} cP^{0} + c^{2}\mathrm{div}\vec{P} = 0 \tag{5}$$

$$P^{\mu} = \left(\frac{\frac{1}{2}\left(M + h.c.\right) + H_{\gamma}}{c},\ \vec{\Pi} + \frac{1}{2}\mathrm{rot}\vec{s} + \vec{G} \right) \tag{6}$$

運動方程式

$$\nabla_\nu T^{\nu k}=0 \to \frac{\partial}{\partial t}\vec{P}+\mathrm{div}\left(\overleftrightarrow{\sigma}-\overleftrightarrow{\tau}^S\right)=0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{\Pi}+\frac{1}{2}\mathrm{rot}\vec{s}\right)=\vec{L}+\vec{\tau}^S \tag{8}$$

および角運動量$\vec{J}$保存則

$$\partial_\lambda M^{\lambda k\ell}=0 \quad \to \quad \frac{\partial}{\partial t}\vec{J}+\mathrm{div}\left(\vec{r}\times\left(\overleftrightarrow{\sigma}-\overleftrightarrow{\tau}^S\right)\right)=0 \tag{9}$$

$$\vec{J}=\vec{r}\times\left(\vec{\Pi}+\frac{1}{2}\mathrm{rot}\vec{s}\right)+\vec{r}\times\vec{G} \tag{10}$$

が導かれる。ここに、$\overleftrightarrow{\sigma}$は Maxwell のストレステンソル、$\overleftrightarrow{\tau}^S$は電子ストレステンソル$\overleftrightarrow{\tau}^\Pi$の対称成分、$\vec{\tau}^S=\mathrm{div}\overleftrightarrow{\tau}^S$は張力、$\vec{L}$は Lorentz 力である。

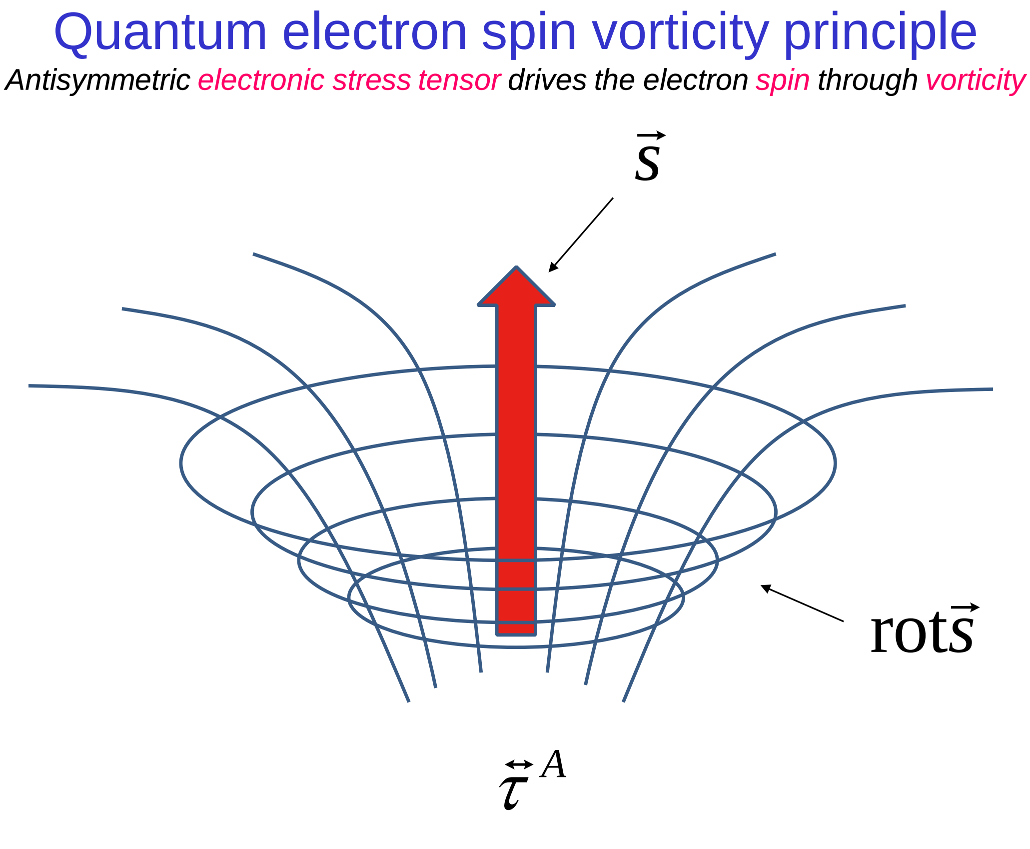

Fig. 1. Quantum electron spin vorticity principle.

超重力ダイナミクスの Cauchy 問題を解くことにより、量子重力が生み出すスピントルクの新しい記述が可能となる。将来的に超対称性粒子の存在が確認されれば、超重力スピントルクダイナミクスを駆動する具体的な超対称性粒子描像が実証される[3]。

参考文献

[1] A. Tachibana, “General relativistic symmetry of electron spin torque,” *Journal of Mathematical Chemistry* **50**, 669–688 (2012).

[2] A. Tachibana, “Electronic Stress with Spin Vorticity,” In *Frontiers in Theoretical Chemistry: Concepts and Methods*, Taylor & Francis / CRC Press, in press (2012).

[3] A. Tachibana, to be published.