4P139

相対論的電子状態計算におけるスピントルクとキラリティー

（京大院工）市川 和秀，瀬波 大土，西川 潤，原 誉明，○立花 明知

akitomo@scl.kyoto-u.ac.jp

自然界にキラリティーが存在することはよく知られているが、その起源などまだ研究の余地は多い。特に電子状態を非相対論的に扱う限り対掌体どうしは区別できず、相対論的解析が必要である。ここではそのような試みのひとつとしてスピントルクとツェータ力 [1] を紹介する。

ディラック場の理論において、スピン角運動量密度演算子 $\frac{1}{2}\hbar\hat{\vec{\sigma}}_e$ は $\hat{\psi}(x)$ を電子場の演算子とすると $\frac{1}{2}\hbar\hat{\vec{\sigma}}_e(x) = \frac{1}{2}\hbar\hat{\psi}^\dagger(x)\vec{\sigma}\hat{\psi}(x)$ である。ここで $\vec{\sigma}$ は 4×4 行列で、パウリ行列を対角に並べたものである。この演算子の運動方程式でストレステンソルで書ける部分をスピントルク、それ以外をツェータ力と定義する。すなわち、ストレステンソル密度演算子 $\overleftrightarrow{\hat{\tau}}^{\Pi}_{e}$

$$\hat{\tau}_e^{\Pi kl}(x) = \frac{i\hbar c}{2}\left[\hat{\bar{\psi}}(x)\gamma^l \hat{D}_{ek}(x)\hat{\psi}(x) - \hat{D}^\dagger_{ek}(x)\hat{\bar{\psi}}(x)\gamma^l\hat{\psi}(x)\right], \tag{1}$$

（ここで $\vec{D}_e = \vec{\nabla} + (ie/\hbar c)\vec{A}(\vec{r})$ で、$\vec{A}(\vec{r})$ はベクトルポテンシャルである。）を用いてスピントルク密度演算子 $\hat{\vec{t}}_e$ を

$$\hat{t}_e^k = -\varepsilon_{lnk}\hat{\tau}_e^{\Pi ln}(x), \tag{2}$$

と定義し、ツェータ力密度演算子 $\hat{\vec{\zeta}}_e$ を

$$\hat{\zeta}_e^k(x) = -c\partial_k\left(\hat{\bar{\psi}}(x)\gamma^k\frac{1}{2}\hbar\sigma^k\hat{\psi}(x)\right) \quad (k\text{ の和はとらない。}), \tag{3}$$

と定義すると、

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\hbar\hat{\vec{\sigma}}_e(x)\right) = \hat{\vec{t}}_e(x) + \hat{\vec{\zeta}}_e(x), \tag{4}$$

と書ける。これは定常状態ではスピントルクとツェータ力は釣り合うことを示す。また、これは運動量密度演算子の運動方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}\hat{\Pi}_e^k(\vec{r}) = \hat{L}_e^k(\vec{r}) + \hat{\tau}_e^{\Pi k}(\vec{r}), \tag{5}$$

におけるローレンツ力 $\hat{L}_e^k(\vec{r})$ とテンション $\hat{\tau}_e^{\Pi k}(\vec{r}) = \partial_l\hat{\tau}_e^{\Pi kl}(\vec{r})$ の関係と類似している。

ツェータ力は、キラリティーの指標となりうることが次の様にわかる。ツェータ力は、

$$\hat{\zeta}_e^k(x) = \frac{\hbar}{2e}\partial_k \hat{j}_5^0(x), \tag{6}$$

のように、カイラルカレント $\hat{j}_5^\mu(x) = -ce\left[\hat{\bar{\psi}}(x)\gamma^\mu\gamma_5\hat{\psi}(x)\right]$ の第 0 成分で書けるが、これはディラック場を右巻き・左巻きの 2 成分ワイルスピノル ψ_R、ψ_L で表すと

$$\hat{j}_5^0(x) = ce(\hat{\psi}_L^\dagger\hat{\psi}_L - \hat{\psi}_R^\dagger\hat{\psi}_R), \tag{7}$$

となるからである。なお、電子の固有パリティを +1 として、ディラック場を Large 成分 ψ^L、Small 成分 ψ^S で表した時の空間反転に対する変換性は

$$\psi(\vec{r}) = \begin{pmatrix} \psi^L(\vec{r}) \\ \psi^S(\vec{r}) \end{pmatrix} \quad \Longrightarrow \quad \begin{pmatrix} \psi^L(-\vec{r}) \\ -\psi^S(-\vec{r}) \end{pmatrix}, \tag{8}$$

であり、$\psi_R = \dfrac{\psi^L - \psi^S}{\sqrt{2}}$、$\psi_L = \dfrac{\psi^L + \psi^S}{\sqrt{2}}$ なので

$$\psi(\vec{r}) = \begin{pmatrix} \psi_R(\vec{r}) \\ \psi_L(\vec{r}) \end{pmatrix} \quad \Longrightarrow \quad \begin{pmatrix} \psi_L(-\vec{r}) \\ \psi_R(-\vec{r}) \end{pmatrix}, \tag{9}$$

となっている。

参考文献

[1] A. Tachibnana, J. Mol. Model. **11** 301 (2005); to be published.