3P132

レーザー場による多準位量子系の位相緩和制御

－ グリーン関数による定式化

（慶大院・理工）○菅原道彦

【序】原子・分子の量子制御を実現するレーザー場設計手法として最適制御理論(Optimal control theory = OCT)が広く知られている。汎用理論である OCT は種々の制御問題に適用可能であるが、最適なレーザー場を得るために動力学計算を繰り返し行う必要があるため、多準位から構成される複雑な量子系においては数値計算上の負担が顕著である。また、逆時間方向の時間発展が必要とされるため、時間とともに情報が消失していく緩和量子系の取り扱いにも特別な注意を要する。そこで、本研究では緩和過程が存在する多準位量子系に対して、OCT に代わる新たな制御描像を提案する。その際、①グリーン関数表示の下で射影演算子法を適用し、多準位量子系から制御対象準位の孤立化を実現するレーザー場の照射条件を求め、②孤立化された制御対象（少数）準位系の光学過程について最適制御を検討する、という手順をとる。孤立化される部分系として単純な系を指定すると、レーザー最適化のために導入された評価関数をレーザーパラメーターの関数として解析的に表すことが出来るため、制御レーザー場の最適化過程における動力学を求めるための繰り返し数値計算を回避することができる。さらに、この制御法を適用することにより孤立化された制御対象系の緩和過程の抑制が実現可能であることを示す。

【理論】取り扱う多準位系の時間発展演算子を$\hat{U}(t)$、レーザー場を量子化した描像の下での全系のハミルトニアンを $\hat{H}$ とすると、$\hat{U}(t)$ は時間に依存するシュレディンガー方程式 $\left(d/dt + i\hat{H}\right)\hat{U}(t) = 0$ を満たす。これをラプラス変換するとグリーン関数 $\hat{G}(z)$ の満たす方程式 $\left(z - \hat{H}\right)\hat{G}(z) = 1$ が得られる。ここで、系を制御対象の P 空間とその補空間である Q 空間に分割し、それぞれの空間に対する射影演算子を $\hat{P}$、$\hat{Q}$ と定義する。射影演算子法を適用すると P 空間を記述するグリーン関数 $\widetilde{G}(z) \equiv \hat{P}\hat{G}(z)\hat{P}$ の形式解 $\widetilde{G}(z) = \left(z - \widetilde{H}(z)\right)^{-1}$ が得られる。但し、

$$\widetilde{H}(z) \equiv \hat{P}\hat{H}\hat{P} - \hat{P}\hat{H}\hat{Q}\left[\hat{Q}\left(z - \hat{H}\right)\hat{Q}\right]^{-1}\hat{Q}\hat{H}\hat{P} \qquad (1)$$

である。特に、$\widetilde{H}(z) \cong H^{(\mathrm{eff})}$ の様に $\widetilde{H}(z)$ の z 依存性を近似的に無視できる場合は、P、Q 空間が分割されそれぞれ見かけ上独立な空間として振舞い、P 空間内の状態の時間発展 $\left|\Psi(t)\right\rangle$ は $H^{(\mathrm{eff})}$ を用いて、$\left|\Psi(t)\right\rangle = \exp[-iH^{(\mathrm{eff})}t]\left|\Psi(0)\right\rangle$ と表される。この P 空間の動力学に対して、評価関数

$$J = \int_0^T dt\left|\left\langle\Psi_T\middle|\Psi(t)\right\rangle\right|^2 = \int_0^T dt\left|\left\langle\Psi_T\right|\exp[-iH^{(\mathrm{eff})}t]\left|\Psi(0)\right\rangle\right|^2 \qquad (2)$$

を定義する。ここで、$\left|\Psi(0)\right\rangle$、$\left|\Psi_T\right\rangle$、$T$ はそれぞれ初期状態、目標状態、終時刻である。小次元行列である $H^{(\mathrm{eff})}$ を対角化することによって得られる固有値・固有状態の解析解を用いて（２）式中の $\left|\Psi(t)\right\rangle$ を展開すると、時間 t に関する積分が実行可能となり、評価関数 J は最終的にレーザーパラメータと終時刻 T の関数として与えられる。そこで、J の最大値を与えるレーザーパラメータ（及び T）を探索することにより、最適化された制御レーザー場を得ることが出来る。

応用例として、図１に示す様な二重井戸型ポテンシャルの固有状態からなる多準位系について考察する。初期状態$|0\rangle$と目標状態$|1\rangle$の間には波動関数の重なりがほぼ０であるため直接的な光学遷移は許されていない。そこで、両状態と一定の遷移モーメント強度を持つ中間状態$|3\rangle$（緩和定数Γで表される緩和過程が付随）の利用を考える。状態$|0\rangle$と$|1\rangle$は

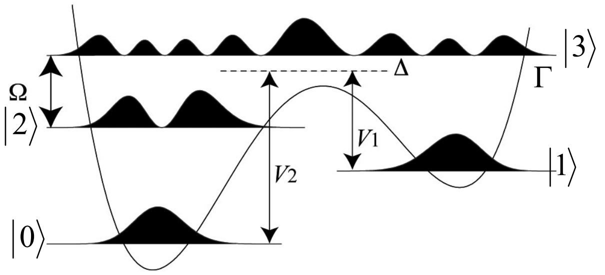

図１　二重井戸型ポテンシャル上の４準位系

$|3\rangle$との共鳴からのずれがΔである２つのレーザー（相互作用V_1、V_2）を通して結合している。今、緩和過程による分布損失を最小限に抑えながら、初期状態$|0\rangle$から目標状態$|1\rangle$への準位分布を実現するレーザー場を設計したい。単純に$|0\rangle$、$|1\rangle$、$|3\rangle$からなる３準位系に対して（２）式の評価関数を最大にするようにレーザーを最適化すると、準位間のエネルギー差に匹敵する程度の大きなΔが最適解として得られるため現実的な解を得ることが出来ない。そこで、補助準位として緩和過程が付随しない状態$|2\rangle$の利用を考える。状態$|2\rangle$と$|3\rangle$を強レーザー場による強い相互作用$\Omega(>> V_1, V_2)$を通して結合させることにより、（１）式の$\widetilde{H}(z)$中のzを０次近似値Δで置換可能となり$|0\rangle$と$|1\rangle$から構成されるＰ空間の有効ハミルトニアンを得る。

$$\widetilde{\mathbf{H}}^{(\mathrm{eff})} = \begin{pmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \Delta \end{pmatrix} + \frac{\Delta}{(\Delta + i\Gamma)\Delta - \Omega^2} \begin{pmatrix} V_1^{\,2} & V_1 V_2 \\ V_2 V_1 & V_2^{\,2} \end{pmatrix} \qquad (３)$$

（３）式はＰ空間が孤立化された疑似２準位系として取り扱い可能であり、特に$\Omega >> \Delta, \Gamma$の条件下ではΓ依存性が小さくなるため緩和過程に起因する分布損失が抑制されることを示唆している。

【結果】図２は条件$\Omega >> V(= V_1 = V_2), \Delta, \Gamma$を満たすパラメータ条件下で、$H^{(\mathrm{eff})}$に従う疑似２準位系（$\Gamma = 0.01\ \Omega$）における評価関数の$\Delta$、V 依存性を表している（$T = 5000\,\Omega^{-1}$）。各$\Delta$に対して最適な$V$が存在し、その最適値を結んだ線が評価関数の稜線（図中の赤点線）として現れている。この稜線（最適解）上のパラメータ値$V_1 = V_2 = 0.08\ \Omega$、$\Delta = 0.08\ \Omega$における準位分布の動力学を図３に示す。分布は$|0\rangle$と$|1\rangle$の間を移動し他準位へ遷移していないことから、強レーザー場を用いた系の空間分割が上手く働いていることがわかる。一方で、ラビ振動のほぼ半周期に相当する$t = 3500\ \Omega^{-1}$付近で準位分布は$|1\rangle$にほぼ 100%移動している。これは、$|2\rangle$と$|3\rangle$が強く結合することにより$|3\rangle$からの緩和による分布の損失が抑制され、高収率な量子制御が実現されたことを示している。

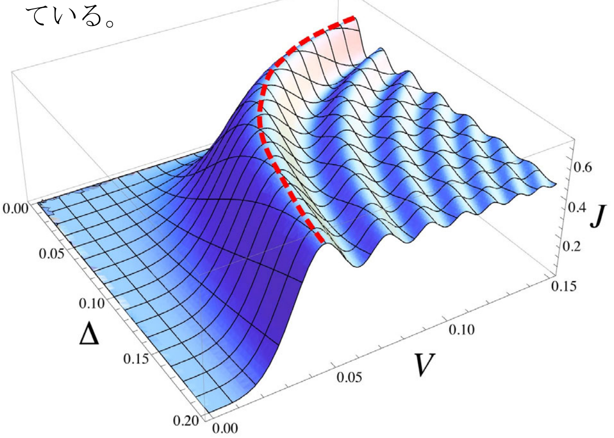

図２　疑似２準位系における評価関数 J のレーザーパラメータ依存性

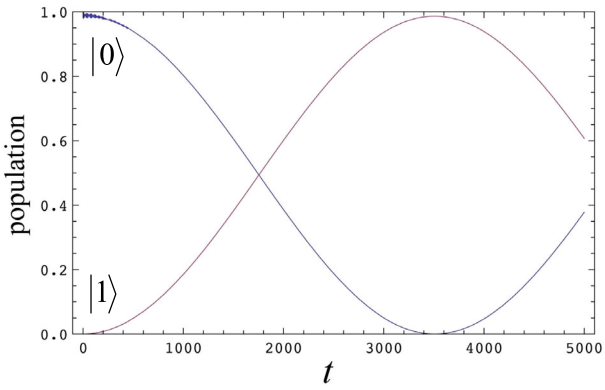

図３　最適化レーザー場照射中の準位分布の時間変化